

# Calcul de la valeur de différents types d'entreprises extractives Valuation for Different Types of Extractive Firms

John M. Hartwick

Volume 70, numéro 2, juin 1994

La firme et l'environnement

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/602141ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/602141ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (imprimé)

1710-3991 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Hartwick, J. M. (1994). Calcul de la valeur de différents types d'entreprises extractives. *L'Actualité économique*, 70(2), 191–197.  
<https://doi.org/10.7202/602141ar>

Résumé de l'article

Nous présentons le mode de détermination de l'amortissement économique de trois types d'entreprises extractives : l'entreprise qui fait uniquement de l'extraction, l'entreprise qui effectue simultanément de l'exploration et de l'extraction et l'industrie qui extrait des ressources épuisables durables. Nous avons utilisé une approche unifiée et avons obtenu des résultats distincts, mais facilement comparables. Nous proposons également des expressions pour rendre compte des grands changements de la valeur des entreprises sur de longs intervalles de temps.

## CALCUL DE LA VALEUR DE DIFFÉRENTS TYPES D'ENTREPRISES EXTRACTIVES\*

John M. HARTWICK  
*Queen's University*

RÉSUMÉ — Nous présentons le mode de détermination de l'amortissement économique de trois types d'entreprises extractives : l'entreprise qui fait uniquement de l'extraction, l'entreprise qui effectue simultanément de l'exploration et de l'extraction et l'industrie qui extrait des ressources épuisables durables. Nous avons utilisé une approche unifiée et avons obtenu des résultats distincts, mais facilement comparables. Nous proposons également des expressions pour rendre compte des grands changements de la valeur des entreprises sur de longs intervalles de temps.

ABSTRACT — *Valuation for Different Types of Extractive Firms* We derive formulas for the economic depreciation of three types of extractive firms – the simple purely extractive firm, the firm which simultaneously explores and extracts, and the durable exhaustible resource extractive industry. We use a unified approach and find our results – distinct yet easily compared. We also introduce expressions for the large changes in the values of firms over lengthy intervals.

### INTRODUCTION

Comment le fonctionnaire de Statistique Canada chargé d'inscrire les données sur les sociétés pétrolières doit-il classer les chiffres qu'il reçoit ? Il a devant lui, entre autres, les ventes brutes de l'année,  $pq(t)$ , et les coûts d'extraction,  $C(q(t))$ , (main-d'oeuvre et capital). S'il s'agissait d'une ferme plutôt que d'une société pétrolière,  $pq(t)$  serait noté sur les comptes du côté production,  $C(q(t))$  inscrit du côté des facteurs du revenu (valeur ajoutée), et  $pq(t) - C(q(t))$  apparaîtrait comme profit (surplus du producteur) du côté du revenu. Cela est simple. La valeur de la production actuelle inscrite sur un côté équivaut à la valeur du revenu des facteurs de production. Par contre, quand il s'agit d'une société pétrolière, l'entreprise perd de la valeur parce que la production réalisée actuellement,  $q(t)$ , a pour effet de diminuer ses réserves de pétrole. Il faut donc ajouter un terme supplémentaire pour représenter la valeur de cette perte pour la

---

\* Mes remerciements au Centre d'études économiques (Center for Economic Studies) de l'Université de Munich où cette recherche a été effectuée.

firme, soit la valeur de la déplétion de la firme, sa dépréciation économique. Dans le vocabulaire de la fiscalité, cette perte de valeur est appelée « provision pour reconstitution des gisements » ou plus simplement « provision pour épuisement ». Nous déduisons ici ces amortissements en utilisant une approche théorique unifiée du capital (Hartwick, 1994). Nous obtenons des expressions capables de rendre compte de la diminution de valeur subie par la firme extractive du fait qu'elle consomme ses réserves ou ses stocks. Le terme admis pour la réduction de la valeur de la firme est *dépréciation économique*<sup>1</sup>. Notre approche nous permet de tenir compte à la fois de la firme extractive habituelle qui agit dans un contexte de concurrence (Gray, 1914), de la firme exploratrice-extractive dans un marché en concurrence (Pindyck, 1978 ; Hartwick, 1991) et de l'entreprise minière qui exploite des ressources épuisables durables. Nous élaborons une expression simple qui rend compte de la réduction de la valeur de l'entreprise ou des entreprises (cas durable) du fait du processus d'extraction.

#### 1. DÉPRÉCIATION ÉCONOMIQUE DE L'ENTREPRISE MINIÈRE

À tout moment, la firme se définit par sa valeur au marché :

$$V(S(t)) = \int_t^T [pq^*(s) - C(q^*(s))]e^{-r(s-t)} ds \quad (1)$$

- où  $S(t)$  = le stock restant de la firme (réserves);  
 $r$  = le taux d'intérêt (constant);  
 $p$  = le prix du produit de l'extraction (constant);  
 $q^*(t)$  = la production actuelle réalisée en vertu d'un programme d'extraction optimale ;  
 $C(q(t))$  = la totalité des coûts d'extraction ;  $C(0) = 0$  et  $C_q(t) > 0$  et  $C_{qq}(t) > 0$ .

Si nous différencions (1) par rapport au temps, nous obtenons :

$$\dot{V}(S(t)) = rV(S(t)) - \{pq^*(t) - C(q^*(t))\}. \quad (2)$$

L'équation (2) rend compte du changement que subit la valeur de la firme en vertu du programme d'extraction optimale. La programmation dynamique nous permet de dégager une expression pour  $rV(S(t))$  de (2). L'équation de Bellman qui traduit le programme d'extraction optimal de l'entreprise est :

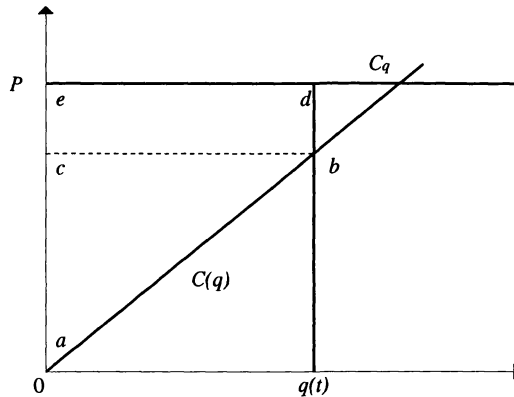
$$rV(S(t)) = \max_{\{q(t)\}} \{pq - C(q) + V_s(t)[-q]\} \quad (3)$$

où  $q(t) = -\dot{S}(t)$  et  $V_s(t)$  est la dérivée de  $V(S(t))$  par rapport à  $S(t)$ . Si nous effectuons la maximisation de (3), nous obtenons  $V_s(t) = p - C_q(t)$ . Nous introduisons

1. Sur la taxation de l'entreprise minière, voir Gaudet et Lasserre [1986] et Lasserre [1991].

cette dernière expression dans (3) pour obtenir  $rV(S(t)) = q(t)C_q(t) - C(q(t))$ , ce qui correspond au triangle  $abc$  de la figure 1.

FIGURE 1



Si nous substituons cette nouvelle expression pour  $rV(S(t))$  dans (2), nous obtenons le résultat principal<sup>2</sup>:  $\dot{V}(S(t)) = -q^*(t) [p - C_q(t)]$ . La dépréciation économique de l'entreprise minière correspond au négatif de l'aire  $cbde$  de la figure 1, soit le négatif de la rente actuelle de Hotelling. La rente de Hotelling par tonne est de  $p - C_q(t)$  et la rente totale de Hotelling est  $q(t)[p - C_q(t)]$ . Il est intéressant d'intégrer l'expression  $\dot{V}(t) = -q(t)[p - C_q(t)]$  pour la période de 0 à  $t$ . Cela nous donne :

$$V(0) - V(t) = -\int_0^t q(s)[p - C_q(s)]ds,$$

Cela signifie que la diminution de la valeur de la firme à partir du temps 0 est la somme non pondérée des rentes de Hotelling négatives. Puisque  $-q(s) = \dot{S}(s)$ , nous obtenons :

$$V(0) - V(t) = \int_0^t \dot{S}(s)[p - C_q(s)]ds$$

Ce résultat peut s'interpréter ainsi : la diminution de la valeur de la firme entre 0 et  $t$  est égale à la somme non pondérée des désinvestissements (en dollars) en  $S(s)$  entre 0 et  $t$ . Cette somme non pondérée, un indice, donne la mesure de la richesse perdue entre 0 et  $t$ . C'est cet indice qui était au coeur de l'analyse effectuée par Hartwick [1994] au niveau de la nation, mais non pas au niveau de l'entreprise.

2. L'expression ne change pas même si la taille des stocks a un effet sur les frais d'extraction, comme dans  $S(q, S)$ . Voir, par exemple, le modèle suivant. La chose est également vraie dans le cas des ressources épuisables durables que nous verrons ci-dessous.

## 2. DÉPRÉCIATION ÉCONOMIQUE DE LA FIRME EXPLORATRICE-EXTRACTIVE

Notre firme est maintenant engagée aussi bien dans la recherche de nouvelles réserves,  $x(t)$ , que dans « l'extraction » et la vente à partir de ses réserves accumulées,  $Q(t)$ . Comme Pindyck [1978], nous faisons abstraction de l'incertitude. Étant donné qu'il y a  $S(t)$  tonnes de réserves non découvertes sous le sol<sup>3</sup>, des dépenses de  $\hat{C}(x(t), S(t))$  se traduisent par la découverte de  $x(t)$  tonnes. Ces tonnes sont alors intégrées aux réserves actuelles,  $Q(t)$ . Ainsi, au temps  $t$ :

$$\dot{Q}(t) = x(t) - q(t)$$

et

$$-\dot{S}(t) = x(t)$$

où  $q(t)$  est le nombre de tonnes prélevées dans les réserves découvertes et vendues au prix  $p$ .  $C(q(t), Q(t))$  est le coût encouru pour extraire  $q(t)$  tonnes aux réserves découvertes et les offrir aux acheteurs. Au temps  $t$ , la valeur de la firme s'établit comme suit :

$$V(Q(t), S(t)) = \int_t^T [pq^*(s) - C(q^*(s), Q(s)) - \hat{C}(x^*(s), S(s))] e^{-r(s-t)} ds. \quad (4)$$

où  $q^*(s)$  et  $x^*(s)$  sont les valeurs optimisées des variables de contrôle. Quand nous différencions (4) par rapport au temps, nous obtenons :

$$\dot{V}(t) = rV(t) - \{pq(t) - C(q(t), Q(t)) - \hat{C}(x(t), S(t))\}. \quad (5)$$

Nous avons laissé de côté les \* qui dénotent des valeurs optimales pour éviter d'encombrer l'expression. Nous procédons maintenant à résoudre  $rV(t)$  afin de simplifier (5). L'équation de Bellman pour le problème d'exploration-extraction de la firme est le suivant :

$$\begin{aligned} rV(t) = \max_{\{q, x\}} \{ & [pq(t) - C(q(t), Q(t)) - \hat{C}(x(t), S(t))] + V_q(t)[x(t) - q(t)] \\ & + V_s(t)[-x(t)] \} \end{aligned} \quad (6)$$

La maximisation par rapport à  $q$  et  $x$  donne :

$$V_Q = p - C_q$$

$$V_S = p - C_q - \hat{C}_x.$$

3. Nous avons supposé que l'entreprise était propriétaire du terrain et des  $S(t)$  tonnes qu'elle cherche à découvrir. Le modèle serait très différent si plusieurs firmes rivalisaient entre elles afin d'être la première à trouver une partie des  $S(t)$  tonnes. Notre formulation ne prend nullement en compte la question des droits de propriété.

Substituons les deux équations dans (6) pour obtenir :

$$rV(t) = [ \quad ] + [p - C_q(t)] [x - q] - [p - C_q - \hat{C}_x]x. \quad (7)$$

L'utilisation de (7) dans (5) nous permet d'obtenir la dépréciation économique :

$$\dot{V}(t) = -q(t)[p - C_q(t)] + x(t)\hat{C}_x(t). \quad (8)$$

Le premier terme à droite dans (8) représente la rente de Hotelling négative dont nous avons déjà observé l'existence dans le modèle de la firme simplement extractive. Le second terme est *positif* et révèle que le fait de prendre  $x(t)$  sous le sol, où il était en  $S(t)$ , pour l'amener à la surface en  $Q(t)$  a une valeur positive en tant que quantité pondérée par un terme en dollar marginal. De (6), nous savons que  $\hat{C}_x = V_q - V_s$ , soit la différence entre la valeur d'une tonne dans le sol et en surface. Ainsi  $x\hat{C}_x$  dans (8) peut être considéré comme un terme de gain de capital défini sur la quantité  $x(t)$ <sup>4</sup>. « L'exploration » ajoute de la valeur aux unités de  $S(t)$  découvertes. Les ventes,  $q(t)$ , de réserves découvertes,  $Q(t)$ , ont pour effet de diminuer  $Q(t)$  et d'amener une réduction de la valeur. La découverte augmente la valeur de la firme, les ventes ou l'extraction la diminuent. Nous pouvons maintenant intégrer (8) pour obtenir le changement de la valeur de la firme :

$$V(0) - V(t) = \int_0^t -[\dot{Q}(s) + \dot{S}(s)] [p - C_q(s)] ds - \int_0^t \dot{S}(s)\hat{C}_x(s) ds$$

où  $-q(s) = \dot{Q}(s) + \dot{S}(s)$  et  $x(s) = -\dot{S}(s)$ . Rappelons que  $\dot{S} < 0$  et que  $\dot{Q}$  peut être négatif ou positif. Toutefois,  $\dot{Q} + \dot{S} < 0$ .

### 3. DÉPRÉCIATION ÉCONOMIQUE DANS LE SECTEUR DES RESSOURCES ÉPUISSABLES DURABLES

L'or nous offre un excellent exemple de ressource épuisable durable : une fois extrait et vendu, il ne se « détruit » pas ou n'est pas « brûlé » comme le pétrole ou le charbon. Nous étudierons ici le cas extrême d'une destruction nulle une fois le produit extrait. (Le cas intermédiaire d'une destruction exponentielle est exposé par Levhari et Pindyck, 1981 et Hartwick, 1993.) De notre point de vue, les biens véritablement durables ont comme caractéristique que le stock du bien s'accumule et que chaque unité nouvelle est utilisée période après période à l'avenir. Si  $B(Q(t))$  est le surplus du consommateur brut associé avec les stocks ou l'offre  $Q(t)$ , le prix doit diminuer à mesure qu'augmente  $Q(t)$ . (Un monopole tiendra compte de cela et adoptera en conséquence les solutions stratégiques que Coase a dégagées pour le problème du monopole avec les biens durables.) Nous n'envisagerons ici que les entreprises d'extraction en

4. Il s'agissait du terme clé dans l'analyse du défrichement des forêts dans Hartwick [1992]. Cette opération ne constitue pas l'épuisement d'un bien de capital, mais bien sa transformation. Voir également Hung [1993].

concurrence et nous invoquerons le planificateur pour résoudre les problèmes de l'industrie associés à cette situation.  $q(t)$  sera extrait par l'industrie et  $\dot{Q}(t) = q(t)$ .  $S(t)$  reste enfoui au temps  $t$ .  $q(t)$  est l'unique variable de contrôle et  $S(t)$  et  $Q(t)$  sont les deux variables d'état. La valeur de l'industrie (surplus du producteur et du consommateur) s'établit comme suit au temps  $t$  :

$$V(t) = \int_t^{\infty} [B(Q(s)) - C(q^*(s))] e^{-r(s-t)} ds \quad (9)$$

pour un  $q^*(s)$  optimal. Supprimons les \*. Nous obtenons de (9):

$$\dot{V}(t) = rV(t) - [B(Q(t)) - C(q(t))]. \quad (10)$$

Nous utilisons la programmation dynamique pour obtenir :

$$rV(t) = B(Q(t)) - C(q(t)) + q(t)C_q(t). \quad (11)$$

Nous substituons (11) dans (10), ce qui nous donne :

$$\dot{V} = q(t)C_q(t). \quad (12)$$

Ici, l'extraction ne fait qu'accroître la valeur. Il n'y a pas contraction des quantités, mais seulement passage de la quantité du sous-sol vers la surface. Ce changement, l'extraction, augmente la valeur de l'unité parce que, tant qu'elle était enfouie, cette unité n'était qu'en stock. Une fois amenée en surface, l'unité est utilisée période après période. Étant donné que  $C_q = V_q - V_s$ , (12) est une fois de plus un terme de gain de capital. L'intégration de (12) aboutit à :

$$V(t) - V(0) = \int_0^t \dot{Q}(s)C_q(s)ds,$$

soit l'augmentation de la valeur du fait de l'extraction. Il apparaît d'emblée que (12) est ce même terme que nous avons observé en (8) à propos de la firme exploratrice-extractive. Dans le cas des ressources épuisables durables, l'extraction ne fait qu'accroître la valeur, puisqu'il n'y a pas de désinvestissement du fait de la contraction des stocks.

## CONCLUSION

Nous avons examiné le concept de dépréciation économique de la firme minière dans un cadre unifié qui permet d'étudier trois cas très différents. Les résultats ont une importance pratique pour la comptabilité nationale et, de manière plus générale, ils peuvent être utiles dans la perspective de l'intérêt récent pour l'intégration de la théorie du capital, des ressources naturelles et de la comptabilité nationale. Par ailleurs, nous avons utilisé un indice de la valeur de désinvestissement sur des périodes de temps discrètes. Ce concept de valeur du capital semble pouvoir avoir une portée générale. Il s'agit de la somme non

pondérée des valeurs de l'investissement et du désinvestissement qui sert d'approximation de la valeur du stock de capital.

## BIBLIOGRAPHIE

GAUDET, G., et P. Lasserre (1986), « Capital Income Taxation, Depletion Allowances, and Nonrenewable Resource Extraction », *Journal of Public Economics*, 29(2): 241-53.

GRAY, L.C. (1914), « Rent under the Assumption of Exhaustibility », *Quarterly Journal of Economics*, 28 : 466-489.

HARTWICK, J.M. (1991), « The Nonrenewable Resource Exploring Extracting Firm and the  $r\%$  Rule », *Resources and Energy*, 13(2): 129-143.

HARTWICK, J.M. (1992), « Deforestation and National Accounting », *Environmental and Resource Economics*, 2(5): 513-521.

HARTWICK, J.M. (1993), « The Generalized  $r\%$  Rule for Semi-Durable Exhaustible Resources », *Resource and Energy Economics*, 15(2): 147-152.

HARTWICK, J.M. (1994), « National Wealth and Net National Product », *Scandinavian Journal of Economics*, à paraître.

HUNG, N.M. (1993), « Natural Resources, National Accounting, and Economic Depreciation : Stock Effects », *Journal of Public Economics*, 51(3): 379-389.

LASSERRE, P. (1991), *Long-term Control of Exhaustible Resources*, Harwood Academic, Chur, Suisse.

LEVHARI, D. et R.S. PINDYCK (1981), « The Pricing of Durable Exhaustible Resources », *Quarterly Journal of Economics*, 96, 365-377.

PINDYCK, R.S. (1978), « The Optimal Exploration and Production of Nonrenewable Resources », *Journal of Political Economy*, 86(5): 841-861.